§3. 곱셈공식

다항식의 곱셈을 하는 데, 앞 절의 공식이 기초가 된다. 그런데 특수한 모양의 곱셈은 따로 공식을 만들어서, 그것을 활용하면 계산이 편하다. 여기서 이러한 곱셈공식과 활용법을 연구하자.

곱셈공식 1

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

(합의 제곱)

곱셈공식 2

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

(차의 제곱)

풀이 〔1〕 $(a+b)^2$

$$\begin{aligned} &= (a+b)(a+b) \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

〔2〕

$$\begin{array}{rr} & a + b \\ \times) & a + b \\ \hline & a^2 + ab \\ & ab + b^2 \\ \hline & a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$$

풀이 〔1〕 $(a-b)^2$

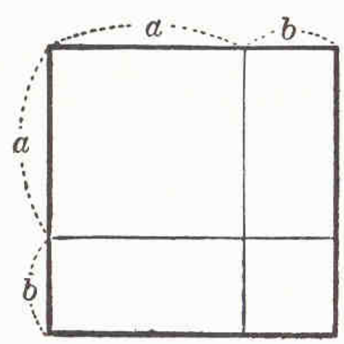
$$\begin{aligned} &= (a-b)(a-b) \\ &= a^2 - ab - ab + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

〔2〕

$$\begin{array}{rr} & a - b \\ \times) & a - b \\ \hline & a^2 - ab \\ & -ab + b^2 \\ \hline & a^2 - 2ab + b^2 \end{array}$$

〖주의〗 $(a+b)^2$을 a^2+b^2, $(a-b)^2$을 a^2-b^2으로 하지 않도록 주의를 해야 한다.

물음 1. 오른편 그림을 보고 면적 관계를 이용하여, 합의 제곱공식이 성립함을 증명하여라.



BINOMIAL EXPANSIONS

$(x+y)^0 = \mathbf{1}$

$(x+y)^1 = x+y$

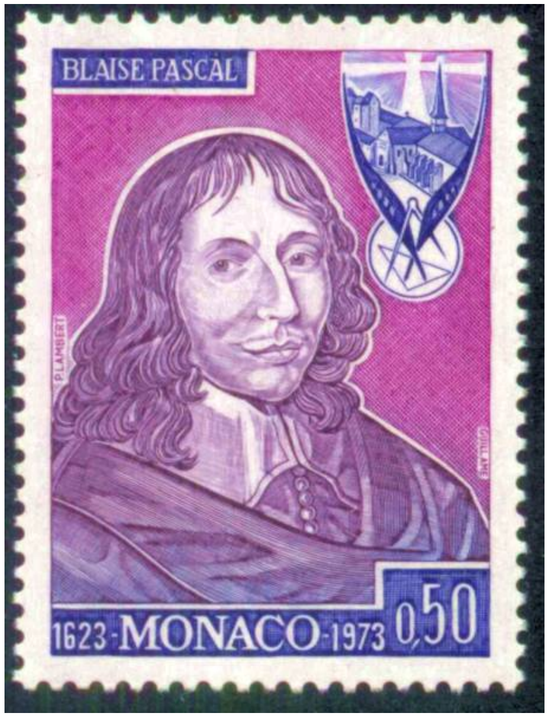
$(x+y)^2 = x^2 + \mathbf{2}xy + y^2$

$(x+y)^3 = x^3 + \mathbf{3}x^2y + \mathbf{3}xy^2 + y^3$

$(x+y)^4 = x^4 + \mathbf{4}x^3y + \mathbf{6}x^2y^2 + \mathbf{4}xy^3 + y^4$

$(x+y)^5 = x^5 + \mathbf{5}x^4y + \mathbf{10}x^3y^2 + \mathbf{10}x^2y^3 + \mathbf{5}xy^4 + y^5$

$(x+y)^6 = x^6 + \mathbf{6}x^5y + \mathbf{15}x^4y^2 + \mathbf{20}x^3y^3 + \mathbf{15}x^2y^4 + \mathbf{6}xy^5 + y^6$



Pascal's Triangle

						1						
					1		1					
				1		2		1				
			1		3		3		1			
		1		4		6		4		1		
	1		5		10		10		5		1	
1		6		15		20		15		6		1

The Connection Between Pascal’s Triangle and the Fibonacci Sequence

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1

1						
1	1					
1	2	1				
1	3	3	1			
1	4	6	4	1		
1	5	10	10	5	1	
1	6	15	20	15	6	1

Pascal’s Triangle in Japan 1781